

$x^3 + y^3 = z^3 + w^3$ を満たす異なる自然数 x, y, z, w について

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2), z^3 + w^3 = (z + w)(z^2 - zw + w^2)$$

任意の整数 $n \geq 2$ に対して $x = n^7 - 4n, y = n^6 + 6n^3 - 4, z = n^7 + 8n, w = n^6 - 6n^3 - 4$ とおくと

$$x + y = (n - 1)(n^6 + 2n^5 + 2n^4 + 2n^3 + 8n^2 + 8n + 4)$$

$$x^2 - xy + y^2 = (n^2 + n + 1)(n^6 - 4n^5 + 8n^4 - 10n^3 + 8n^2 - 4n + 4)(n^6 + 2n^5 + 2n^4 + 2n^3 - 4n^2 - 4n + 4)$$

$$z + w = (n - 1)(n^6 + 2n^5 + 2n^4 + 2n^3 - 4n^2 - 4n + 4)$$

$$z^2 - zw + w^2 = (n^2 + n + 1)(n^6 - 4n^5 + 8n^4 - 10n^3 + 8n^2 - 4n + 4)(n^6 + 2n^5 + 2n^4 + 2n^3 + 8n^2 + 8n + 4)$$

であるから

$$x^3 + y^3 = z^3 + w^3 = (n - 1)(n^2 + n + 1)(n^6 - 4n^5 + 8n^4 - 10n^3 + 8n^2 - 4n + 4)(n^6 + 2n^5 + 2n^4 + 2n^3 - 4n^2 - 4n + 4) \\ \times (n^6 + 2n^5 + 2n^4 + 2n^3 + 8n^2 + 8n + 4) = n^{21} + n^{18} + 6n^{15} + 96n^{12} + 120n^9 - 384n^6 + 224n^3 - 64$$

n	x	y	z	w	簡約⇒	x	y	z	w	$x^3 + y^3 = z^3 + w^3$ (簡約)
2	120	108	144	12	÷12⇒	10	9	12	1	1729
3	2175	887	2211	563	⇒	2175	887	2211	563	10986973478
4	16368	4476	16416	3708	÷12⇒	1364	373	1368	309	2589611661
5	78105	16371	78165	14871	⇒	78105	16371	78165	14871	480858626840436
6	279912	47948	279984	45356	÷4⇒	69978	11987	69996	11339	344399091711155
7	823515	119703	823599	115587	⇒	823515	119703	823599	115587	560204096611157802
8	2097120	265212	2097216	259068	÷12⇒	174760	22101	174768	21589	5348150552472301
9	4782933	535811	4783041	527063	⇒	4782933	535811	4783041	527063	109570346273123976968
10	9999960	1005996	10000080	993996	÷12⇒	833330	83833	833340	82833	579285935254407537
11	19487127	1779543	19487259	1763571	⇒	19487127	1779543	19487259	1763571	7405835226632066733390
12	35831760	2996348	35831904	2975612	÷4⇒	8957940	749087	8957976	743903	719247445958495385503
13	62748465	4839987	62748621	4813623	⇒	62748465	4839987	62748621	4813623	247177293833647293322428
14	105413448	7545996	105413616	7513068	÷12⇒	8784454	628833	8784468	626089	678115389850615294201
15	170859315	11410871	170859495	11370371	⇒	170859315	11410871	170859495	11370371	4989365626823111271287186
16	268435392	16801788	268435584	16752636	÷12⇒	22369616	1400149	22369632	1396053	11196494458840163044845
17	410338605	24167043	410338809	24108087	⇒	410338605	24167043	410338809	24108087	69106014227945065716223632
18	612219960	34047212	612220176	33977228	÷4⇒	153054990	8511803	153055044	8494307	3586056857720750081477627
19	893871663	47087031	893871891	47004723	⇒	893871663	47087031	893871891	47004723	714313714342950232854082038
20	1279999920	64047996	1280000160	63951996	÷12⇒	106666660	5337333	106666680	5329333	1213781447338702208001037
21	1801089457	85821683	1801089709	85710551	⇒	1801089457	85821683	1801089709	85710551	5843218308618545456387598980
22	2494357800	113443788	2494358064	113316012	÷4⇒	623589450	28360947	623589516	28329003	242514176446558597717623123
23	3404825355	148108887	3404825631	147962883	⇒	3404825355	148108887	3404825631	147962883	39474829873520813948832633978
24	4586471328	191185916	4586471616	191020028	÷4⇒	1146617832	47796479	1146617904	47755007	1507604865748500634126564607
25	6103515525	244234371	6103515825	244046871	⇒	6103515525	244234371	6103515825	244046871	227388232952118377591800374936
26	8031810072	309021228	8031810384	308810316	÷12⇒	669317506	25751769	669317532	25734193	299861898644885727346879825
27	10460353095	387538583	10460353419	387302387	⇒	10460353095	387538583	10460353419	387302387	1144619440908126774162087333662
28	13492928400	482022012	13492928736	481758588	÷12⇒	1124410700	40168501	1124410728	40146549	1421656610625949512465255501
29	17249876193	594969651	17249876541	594676983	⇒	17249876193	594969651	17249876541	594676983	5133053217475648460262084962508
30	21869999880	729161996	21870000240	728837996	÷4⇒	5467499970	182290499	5467500060	182209499	163449073588022854651251094499